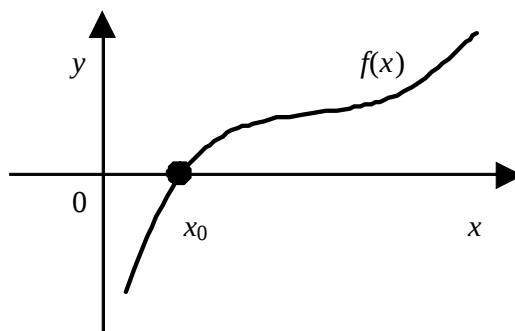


Решение нелинейных уравнений

Решение нелинейного уравнения

- x_0 - корень уравнения
 $f(x_0) = 0$
- Пересечение кривой с осью X

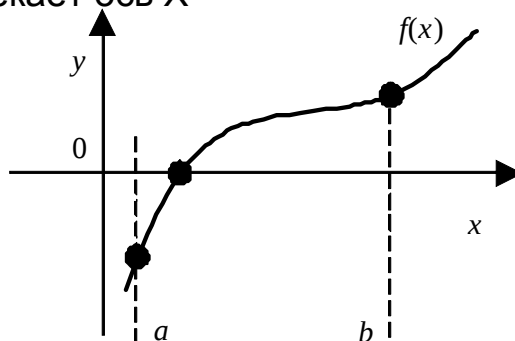


Линейный и нелинейный

- Линейный
 - Прямая линия на графике
 - Уравнение, где x в первой степени
$$y = a + b x$$
- Нелинейный
 - Кривая (не прямая) линия на графике
 - Уравнение, где x не в первой степени
$$y = a + b x^2$$
$$y = a |x|$$
$$y = a \lg (x)$$

Существование решения

- Если $f(a) < 0$ и $f(b) > 0$, то существует решение уравнения $f(x) = 0$
- Если функция меняет знак, то график пересекает ось X



Монотонная

- Приращение функции не меняет знака
 - Функция либо возрастает, либо убывает
 - **греч.** *monotonos* – однозвучный
- Монотонная функция – одно решение
- Немонотонная функция – возможно несколько решений
 - Нарисовать примеры графиков

Локализация

Локализация

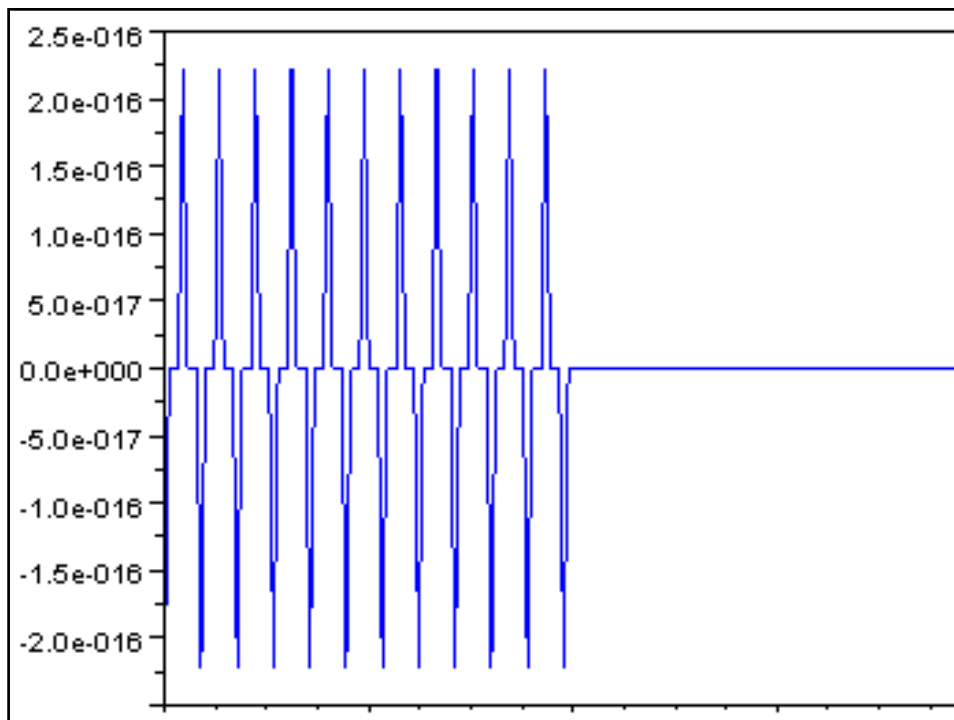
- Поиск места расположения решения
- **лат.** *locus* – место
- Простейший способ – графический
- Точки пересечения графиком оси X
 - Учет погрешности вычислений

Пример SciLab

```
x=0.999999999999999:0.0000000000000001:
    1.0000000000000001;
y=x^3-3*x^2+3*x-1;
plot(x,y)
printf('x                               y\n')
for i=10:25
printf('%3.17e %3.17e\n',x(i),y(i))
end
```

Результаты SciLab

x	y
9.999999999999900e-1	-2.22044604925031310e-016
9.999999999999910e-1	0.00000000000000000e+000
9.999999999999912e-1	0.00000000000000000e+000
9.999999999999912e-1	0.00000000000000000e+000
9.999999999999913e-1	2.22044604925031310e-016
9.999999999999914e-1	0.00000000000000000e+000
9.999999999999915e-1	0.00000000000000000e+000
9.999999999999915e-1	0.00000000000000000e+000
9.999999999999916e-1	0.00000000000000000e+000
9.999999999999917e-1	0.00000000000000000e+000
9.999999999999917e-1	-2.22044604925031310e-016
9.999999999999919e-1	0.00000000000000000e+000
9.999999999999920e-1	0.00000000000000000e+000
9.999999999999921e-1	0.00000000000000000e+000
9.999999999999922e-1	0.00000000000000000e+000
9.999999999999923e-1	2.22044604925031310e-016



Итерация

Итерация

- Процесс повторяется, пока не будет получен ответ
 - лат. *iteratio* — повторяю
- 1) Начальное значение x_0
- 2) Правило вычисления следующего значения
 - Последовательные приближения к точному значению
- $x_0 \rightarrow x_1 = g(x_0) \rightarrow x_2 = g(x_1) \rightarrow x_3 = g(x_2) \rightarrow \dots$

Метод бисекции

- Бисекция – деление пополам
– лат. *bi-* (два) + *secare* (сечь, отчекать, отрезать) = резать пополам
- Делим отрезок пополам
- Выбираем отрезок, где функция меняет знак: $f(a)f(b) < 0$
- Повторяем, пока длина отрезка больше заданной погрешности

Задача

- Составить алгоритм программы поиска решения нелинейного уравнения методом бисекции

Пример

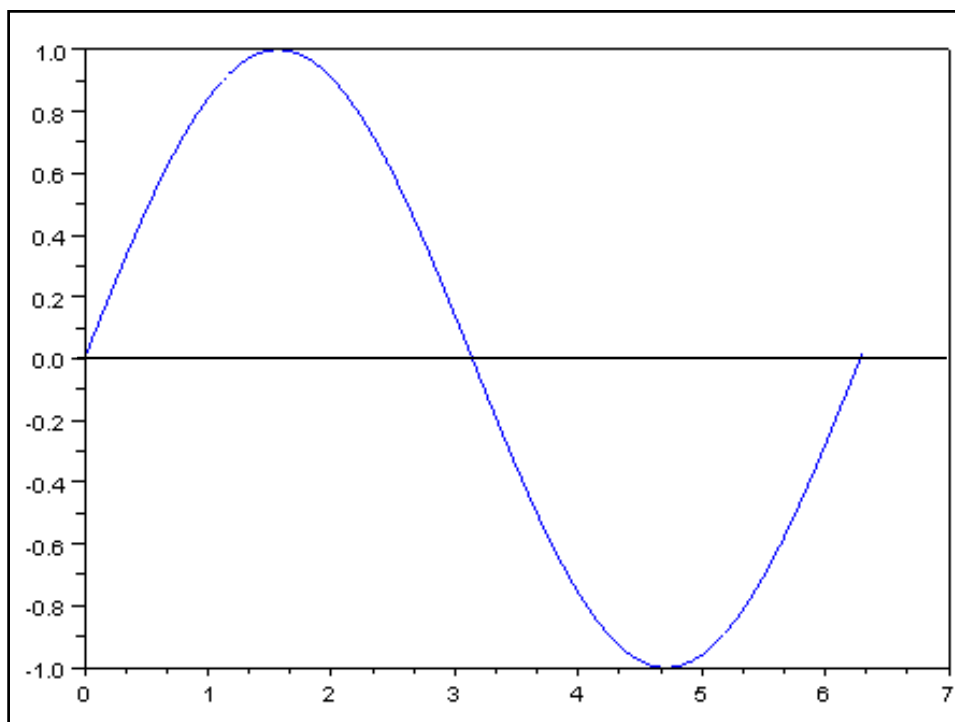
Найти решение уравнения

$$\sin(x) = 0$$

на интервале значений

$$3 < x < 4$$

Точное аналитическое решение?



```

x_L=2;  x_R=4;  len=x_R-x_L;  err=len;
while err>1e-10
    x_M=(x_L+x_R)/2;
    if sin(x_L)*sin(x_M)<0
        x_R=x_M;
    else
        if sin(x_M)*sin(x_R)<0
            x_L=x_M;
        else
            x_M
            break;
        end
    end
    err=(x_R-x_L)/len;
end
printf('x=%3.17e\n',x_M)
printf('e=%3.17e\n',err)
printf('pi=%3.17e\n',%pi)

```

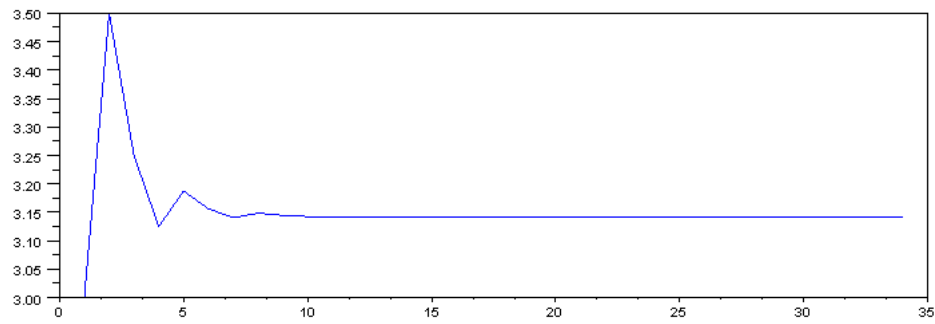
Результаты

```

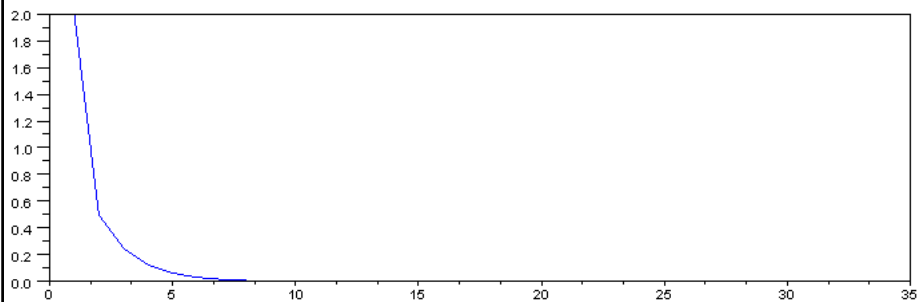
x=3.14159265358466660e+000
e=5.82076609134674070e-011
pi=3.14159265358979310e+000

```

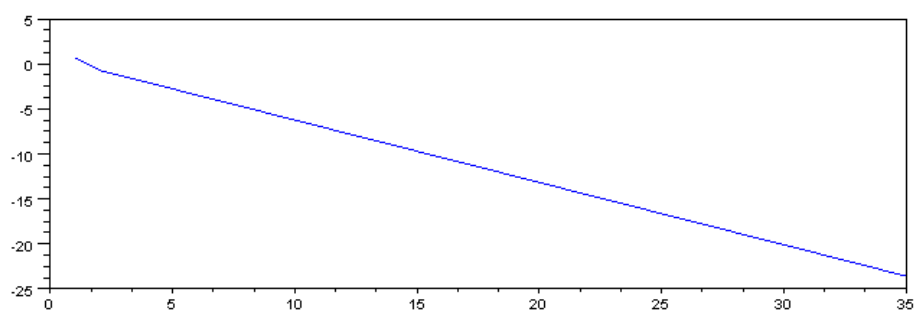
Приближение к решению



Ошибка



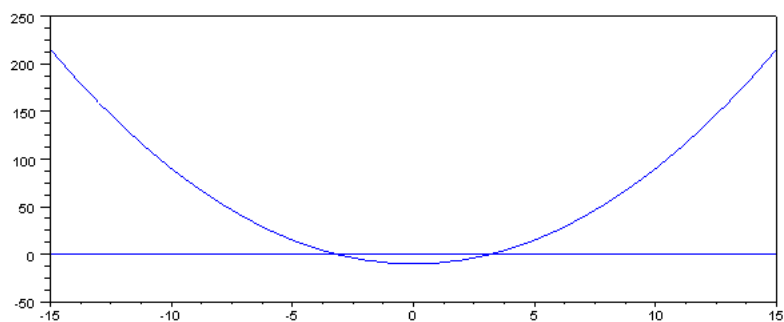
Логарифм ошибки



Задача

$$x^2 - 10 = 0$$

$$x = \sqrt{10} = 3.1622777$$



Задача

Уравнение

$$x^2 - 10 = 0$$

Найти решение на интервале

$$0 < x < 5$$

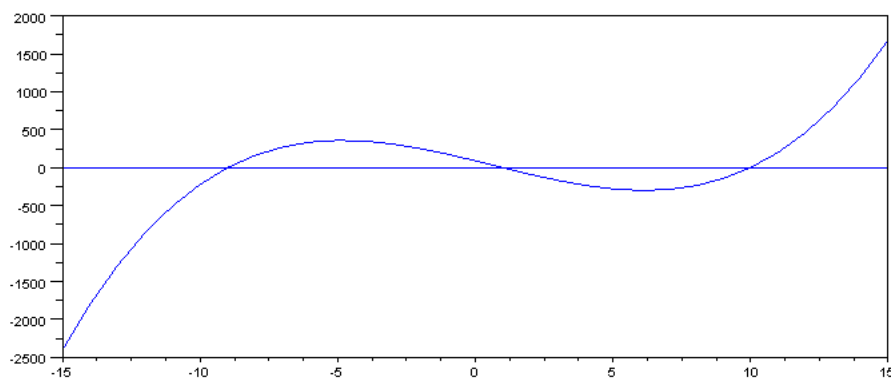
Вспомогательная таблица

№	A	B	X	Y(A)	Y(B)	Y(X)	ΔX
---	---	---	---	------	------	------	------------

Задача

$$y = x^3 - 2x^2 - 89x + 90$$

$$x = -9; +1; +10$$



Задача

- Каждый месяц вклад 10 тыс. руб.
 - Ставка по депозиту x годовых
 - Инфляция 10% в год
 - Какой должен быть процент по вкладу, чтобы через 30 лет получать в виде процентов 20 тыс.руб. в месяц?
- $x - ?$

Состояние счета

1-й месяц $S = P$

2-й месяц $S = P + P \left(\frac{1 + x/12}{1 + i/12} \right)$

3-й месяц $S = P + P \left(\frac{1 + x/12}{1 + i/12} \right) + P \left(\frac{1 + x/12}{1 + i/12} \right)^2$

...

360-й месяц = 12 месяцев * 30 лет

$$S = P + P \left(\frac{1 + x/12}{1 + i/12} \right) + P \left(\frac{1 + x/12}{1 + i/12} \right)^2 + \dots + P \left(\frac{1 + x/12}{1 + i/12} \right)^{359}$$

Сумма геометрической прогрессии

$$1 + r + r^2 + \dots r^{n-1} = \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

Программа SciLab

```
P=10000;  
x=0.05:0.011:0.2;  
n=360;  
i=0.1;  
r=(1+x/12)./(1+i/12);  
Sr=(1-r.^n)./(1-r);  
S=P*Sr;  
y=S.*x/12;  
plot(x*100,y)  
xtitle("Monthly Pension","$X(\%)$","$Y(X)$")  
plot([0.05 0.2]*100,20000)
```

График зависимости

X – Ставка по депозиту

Y – Ежемесячный процент

