

Параллельные алгоритмы

Численное интегрирование

Интегрирование

- Для определения площади, объема, работы
- Вычислить значение определенного интеграла

$$I = \int_a^b f(x)dx$$

- Точное аналитическое решение
- F – первообразная

$$I = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Пример

- Задача: найти интеграл

$$I = \int_a^b c \, dx$$

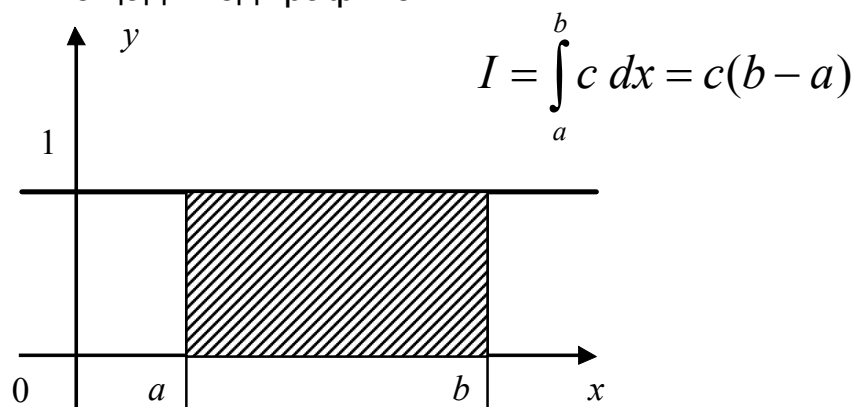
- Аналитическое решение

$$F(x) = cx$$

$$I = \int_a^b c \, dx = c(b - a)$$

Геометрический смысл

- Геометрический смысл интеграла:
площадь под графиком



Задача

Найти значение интеграла аналитически

$$I = \int_0^{10} 2x \, dx$$

Аналитическое решение

$$I = \int_0^{10} 2x \, dx = x^2 \Big|_0^{10} = 10^2 - 0^2 = 100$$

Проблемы

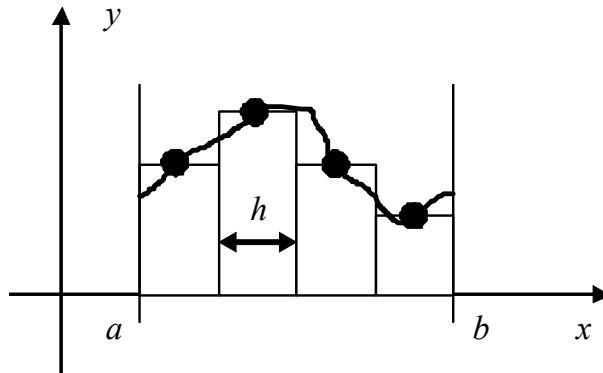
- Высокая трудоемкость получения первообразной
- Вычисления интеграла через первообразную приводят к громоздким и приближенным вычислениям
- Не всегда можно получить аналитическое выражение для первообразной
- Исходные данные могут быть неточными
- Для практического использования достаточно получить приближенное решение

Численное интегрирование

- Приближенное вычисление интеграла
- Значения функции $f(x)$ в нескольких узловых точках (узлах)
- Наиболее трудоемкая операция - вычисление значений функции
- Независимые операции
- Возможность распараллеливания

Метод прямоугольников

- Площадь фигуры $\approx$ сумме площадей прямоугольников



- Формула?

Метод прямоугольников

- Центральные прямоугольники
 - Высота прямоугольника равна значению функции в центре интервала

$$I = h(f(a + h/2) + f(a + h/2 + h) + f(a + h/2 + 2h) + \dots)$$

- Длина каждого интервала

$$h = \frac{b-a}{n}$$

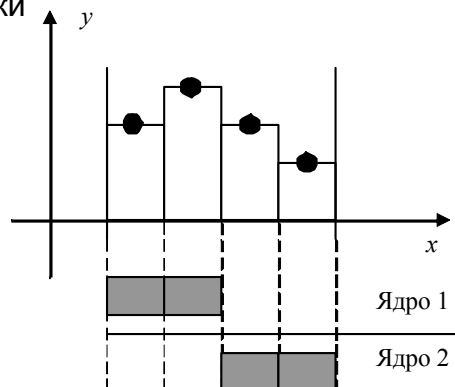
Задача

Найти значение интеграла методом
прямоугольников
($n = 2, 3, 4$)

$$I = \int_0^{10} 2x \, dx$$

Распараллеливание

- Распределение работы между
параллельными вычислителями
– последовательные блоки



Распараллеливание - 2

- Распределение работы между параллельными вычислителями
– чередование

